



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **EL-YAHYAOUI Youness**
Soutiendra : le Samedi 28/12/2024 à 10H00
Lieu : **FSDM – Département des Mathématiques**

Une thèse intitulée :

« **Nash equilibrium and semivectorial bilevel optimization problems : reformulations, optimality conditions, algorithm, and simulation** »

En vue d'obtenir le **Doctorat**

FD : **Sciences et Techniques**
Spécialité : **Optimisation et Recherche Opérationnelle**

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
Pr ECH-CHERIF EL KETTANI Mustapha	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès, USMBA	PES	Président
Pr AIT MANSOUR Mohamed	Faculté Polydisciplinaire, Safi, UCA	PES	Rapporteur & Examineur
Pr OUZAHRA Mohamed	Ecole Normale Supérieure, Fès, USMBA	PES	Rapporteur & Examineur
Pr AMAHROQ Tijani	Faculté des Sciences et Techniques, Marrakech, UCA	PES	Rapporteur & Examineur
Pr ZGUITTI Hassane	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès, USMBA	PES	Examineur
Pr KALMOUN El Mostafa	Ecole des Sciences et de l'ingénierie, Université Al Akhawayn, Ifrane	PES	Examineur
Pr LAFHIME Lahoussine	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	MCH	Directeur de thèse



Résumé :

Cette thèse se concentre principalement sur les problèmes d'optimisation à deux niveaux, en particulier la version généralisée connue sous le nom de problèmes d'optimisation à deux niveaux semi-vectoriels. D'une part, nous étudions un problème d'optimisation multi-objectif à deux niveaux avec une fonction objective de niveau inférieur à valeur vectorielle. Nous revisitons la technique de scalarisation de Charnes-Cooper pour les programmes multi-objectif et utilisons la reformulation de la valeur optimale pour transformer le problème scalaire en un problème d'optimisation à un seul niveau. En utilisant le calcul de différentiation généralisé développé par Boris Mordukhovich, nous fournissons une nouvelle estimation sous-différentielle de la fonction marginale et nous établissons des conditions suffisantes pour garantir la propriété de Lipschitz locale de la fonction de valeur optimale. En outre, nous construisons des conditions d'optimalité nécessaires du premier ordre dans le cadre lisse et non lisse.

D'autre part, nous traitons un cas spécial de problèmes d'optimisation semi-vectoriels à deux niveaux, où le problème de niveau inférieur étant un problème d'équilibre de Nash multi-objectif généralisé. Nous appliquons une reformulation à un seul niveau pour ce type de problème. Cette méthode consiste à transformer le problème en un problème d'optimisation à un seul niveau, en utilisant la contrainte du k-ième objectif pondéré et la reformulation de la fonction marginale. Nous utilisons une autre fois le calcul de différentiation généralisé de Boris Mordukhovich pour dériver les conditions d'optimalité nécessaires du premier ordre, entièrement détaillées dans le cadre lisse.

Finalement, nous avons traité le problème d'équilibre de Nash généralisé multi-objectif qui est un problème d'équilibre de Nash avec des contraintes qui incluent des jeux multi-objectif. Nous nous concentrons sur l'étude des conditions approximatifs de Karush-Kuhn-Tucker pour les problèmes d'équilibre de Nash généralisés multi-objectif et leur impact sur la convergence globale des algorithmes. Pour cette raison, nous définissons d'abord les conditions Karush-Kuhn-Tucker faibles approximatifs standards pour les problèmes d'équilibre de Nash généralisé multi-objectif et montrons que toute solution faiblement efficace satisfait à ces conditions. Étant donné que ces conditions d'optimalité sont trop restrictives, nous proposons un nouvel ensemble de conditions Karush-Kuhn-Tucker faibles approximatifs, spécialement adaptées aux problèmes d'équilibre de Nash généralisé multi-objectif, et nous démontrons leur convergence vers les points Karush-Kuhn-Tucker faibles, à condition qu'une propriété de continuité conique soit satisfaite. Bien que ces nouvelles conditions Karush-Kuhn-Tucker faibles approximatifs ne servent pas des conditions d'optimalité pour les problèmes d'équilibre de Nash généralisé multi-objectif généraux, nous illustrons qu'elles sont valables pour le cas particulier d'un point d'équilibre variationnel faible dans un problème d'équilibre de Nash généralisé multi-objectif convexe conjoint. Enfin, nous proposons un algorithme de type Lagrangien amélioré pour estimer une Karush-Kuhn-Tucker faible approximatif d'un problème d'équilibre de Nash généralisé multi-objectif et nous démontrons sa convergence globale.

Mots clés :

Problème à deux niveaux ; optimisation multiobjectif ; technique de Charnes-Cooper ; fonction de valeur optimale ; conditions d'optimalité ; problème d'équilibre de Nash généralisé ; approche des contraintes pondérées du kème objectif ; inégalités variationnelles ; conditions approximatifs de Karush-Kuhn-Tucker ; qualifications des contraintes ; algorithme de type lagrangien.



Nash equilibrium and semivectorial bilevel optimization problems: reformulations, optimality conditions, algorithm, and simulation.

Abstract :

The main focus of the thesis is on bilevel optimization problems, in particular the generalized version known as semivectorial bilevel optimization problems. On the hand, we consider multi-objective optimization problems with a vector-valued lower-level objective function. We aim to explore the Charnes-Cooper scalarization approach for multi-objective programs and use the optimal value reformulation to convert the resulting scalar problem into a single-level optimization problem. First, using Boris Mordukhovich's extended differentiation calculus, we propose a new estimate of the optimal value function and provide sufficient conditions to guarantee its local Lipschitz property. In addition, we develop the necessary first-order optimality conditions in smooth and non-smooth contexts.

On the other hand, we deal with a special case of a semivectorial bilevel optimization problem, the lower-level problem being a generalized multi-objective Nash equilibrium problem. We apply a single-level reformulation to this type of problem. This method consists of transforming the problem into a single-level optimization problem using the k -th weighted objective constraint and the optimal value reformulation. Here again, we use Boris Mordukhovich's generalized differentiation calculus to derive the necessary first-order optimality conditions, fully detailed in a smooth setting.

Finally, we tackled the generalized multiobjective Nash equilibrium problem, which is a Nash equilibrium problem with constraints that include multiobjective sets. We focus on examining the approximate Karush-Kuhn-Tucker conditions for generalized multiobjective Nash equilibrium problems and their impact on the overall convergence of algorithms. We first define the standard approximate weak Karush-Kuhn-Tucker conditions for multiobjective generalized Nash equilibrium problems and show that any weakly efficient solution satisfies these conditions. Since these optimality conditions are too restricted, we propose a new set of approximate weak Karush-Kuhn-Tucker conditions, specially adapted to multiobjective generalized Nash equilibrium problems, and demonstrate their convergence to weak Karush-Kuhn-Tucker points, provided that a conic continuity property is satisfied. Although these new approximate weak Karush-Kuhn-Tucker conditions do not serve as optimality conditions for general multiobjective generalized Nash equilibrium problems, we illustrate that they are valid for the special case of a weak variational equilibrium point in a joint convex multiobjective generalized Nash equilibrium problem. Lastly, we propose an improved Lagrangian-type algorithm for estimating an approximate weak Karush-Kuhn-Tucker of a generalized multi-objective Nash equilibrium problem and demonstrate its global convergence.

Key Words : Bilevel problem; Multiobjective optimization; Charnes–Cooper technique; optimal value function; optimality conditions; generalized Nash equilibrium problem; k -objective weighted-constraint approach; Variational inequalities; Approximate Karush–Kuhn–Tucker conditions; Constraint qualifications, Lagrangian-type algorithm.