



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mme **BOUDA Sara**
Soutiendra : le **Samedi 30/11/2024 à 10H00**
Lieu : **FSDM – Centre Visioconférence**

Une thèse intitulée :

« Dynamics of Small Spherical Particles Under Shear Flow and Exploration of Epidemiological Models with Multiple Fractional Derivatives »

En vue d'obtenir le **Doctorat**

FD : **Mathématiques et Applications**
Spécialité : **Équations aux Dérivées Partielles**

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
Pr MELIANI Said	Faculté des Sciences et Techniques, Beni-Méllal	PES	Président
Pr SEAID Mohammed	Université Durham, UK	PES	Rapporteur & Examineur
Pr TRIDANE Abdessamad	Faculté des Sciences, Université EAU	PES	Rapporteur & Examineur
Pr BARBARA Abdelkrim	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Rapporteur & Examineur
Pr AKDIM Youssef	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Examineur
Pr HACHIMI Hanaa	Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Kénitra	PES	Examinatrice
Pr ALAOUI Aziz	Université Le Havre Normandie, France	PES	Examineur
Pr AZROUL Elhoussine	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Directeur de thèse
Pr GUEDDA Mohammed	Université de Picardie Jules Verne, Amiens	PES	Co-Directeur de thèse



Résumé :

Le monde est intrinsèquement non local; l'intégration des équations différentielles d'ordre non entier reposant sur des opérateurs non locaux à travers des dérivées fractionnaires offre un cadre novateur aux mathématiciens pour modéliser avec précision des systèmes complexes. Dans cette thèse, nous explorons diverses équations différentielles d'ordre non entier, en utilisant une gamme de dérivées fractionnaires pour modéliser efficacement des systèmes dynamiques complexes.

Dans la première partie de cette thèse, nous utilisons la dérivée de Riemann-Liouville modifiée (également connue sous le nom de dérivée de Jumarie) pour étudier un système fortement non linéaire qui modélise le comportement d'une vésicule quasi-sphérique isolée dans un écoulement de cisaillement linéaire. Des solutions analytiques exactes sont obtenues pour l'angle d'orientation de la vésicule et l'ellipticité du contour. Ces solutions révèlent trois types de mouvement distincts, chacun étant influencé par le rapport de viscosité, qui relie les viscosités des fluides interne et externe, ainsi que par l'ordre de la dérivée appliquée.

Dans la seconde partie, nous nous concentrons sur trois modèles compartimentaux de transmission de maladies infectieuses. Le premier modèle explore la propagation du VIH au sein des populations hétérosexuelles, en utilisant la dérivée de Caputo pour analyser la dynamique. Le deuxième modèle est un système à sept compartiments pour la transmission du virus de la poliomyélite, intégrant à la fois la vaccination et le syndrome post-paralytique, en s'appuyant sur les dérivées fractionnaires de Caputo et d'ABC pour l'analyse. Dans le troisième modèle, nous examinons la dynamique de transmission de la lèpre, en utilisant la dérivée de Caputo-Fabrizio tout en incorporant la charge bactérienne environnementale et des stratégies de contrôle optimal. L'existence et l'unicité des solutions pour ces modèles sont rigoureusement démontrées. Les conditions d'extension ou de persistance des maladies sont élucidées à travers une étude analytique complète des modèles proposés.

Nos résultats soulignent plusieurs résultats clés : nous avons calculé des expressions analytiques exactes pour les caractéristiques géométriques d'une vésicule dans un écoulement de cisaillement linéaire. L'effet de mémoire sert de réservoir vital de connaissances antérieures et d'expériences accumulées, en particulier pour la transmission du VIH. De plus, l'intégration des facteurs environnementaux et des interventions de santé publique est cruciale pour la gestion efficace de la lèpre. Il est à noter que nous révélons les rôles significatifs de l'hérédité et de la mémoire dans les caractéristiques de la dynamique de transmission de la poliomyélite. Cette étude offre une compréhension plus approfondie des dynamiques des maladies, ouvrant la voie à des stratégies de santé publique plus efficaces.

Mots clés :

Calcul fractionnaire, Vésicule, écoulement linéaire de cisaillement, VIH, Poliomyélite, Lèpre, Modèles compartimentaux, Dérivées fractionnaires, Analyse numérique.



DYNAMICS OF SMALL SPHERICAL PARTICLES UNDER SHEAR FLOW AND EXPLORATION OF EPIDEMIOLOGICAL MODELS WITH MULTIPLE FRACTIONAL DERIVATIVES

Abstract :

The world is inherently non-local; integrating non-integer differential equations that rely on non-local operators through fractional derivatives presents a novel framework for mathematicians to accurately model complex systems. In this thesis, we explore various non-integer order differential equations, employing a range of fractional derivatives to effectively model complex dynamical systems.

In the first part of this thesis, we employ the Modified Riemann-Liouville derivative (also known as the Jumarie derivative) to study a highly nonlinear system that models the behavior of a single quasi-spherical vesicle in linear shear flow. Closed analytical solutions are derived for the vesicle's orientation angle and contour ellipticity. These solutions reveal three distinct types of motion, each influenced by the viscosity ratio, which relates the viscosities of the internal and external fluids, as well as the order of the derivative applied.

In the second part, we focus on three compartmental models of infectious disease transmission. The first model explores the spread of HIV within heterosexual populations, utilizing the Caputo derivative to analyze the dynamics. The second model is a seven-compartment system for poliomyelitis virus transmission, incorporating both vaccination and post-paralytic syndrome, and leveraging the Caputo and ABC fractional derivatives for analysis. In the third model, we examine the dynamics of Leprosy transmission, relying on the Caputo-Fabrizio derivative while incorporating environmental bacterial load and optimal control strategies. The existence and uniqueness of solutions for these models are rigorously proven. The conditions for the extension or persistence of diseases are elucidated through a comprehensive analytical study of the proposed models.

Our findings underscore several key results: we have compute exact analytical expressions for the geometric characteristics of a vesicle in linear shear flow. The memory effect serves as a vital reservoir of prior knowledge and accumulated experiences, particularly for HIV transmission. Furthermore, integrating environmental factors and public health interventions is crucial for the effective management of Leprosy. Notably, we reveal the significant roles of heredity and memory in the characteristics of poliomyelitis transmission dynamics. This study offers a deeper understanding of disease dynamics, paving the way for more effective public health strategies.

Key Words : Fractional calculus, Vesicle, linear shear flow, HIV, Poliomyelitis, Leprosy, Compartmental models, Fractional derivatives, Numerical analysis.