جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ FES

CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
«SCIENCES ET TECHNIQUES ET SCIENCES MÉDICALES »

مركز الدكتوراه « العلوم والتقنيات والعلوم الطبية»

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **AHAKKOUD Yassine**
Soutiendra : **le Jeudi 31/10/2024** à **10H00**
*Lieu : **FSDM – Centre Visioconférence***

Une thèse intitulée :

« Study of coupled thermistor systems in Orlicz spaces and anisotropic Orlicz spaces »

En vue d'obtenir le **Doctorat**

*FD : **Mathématiques et Applications***
*Spécialité : **Équations aux Dérivées Partielles***

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	**Etablissement**	**Grade**	**Qualité**
Pr AZROUL Elhoussine	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Président
Pr HAMMOUCH Zakia	Ecole Normale Supérieure, Meknès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr RHOUDAF Mohamed	Faculté des Sciences, Meknès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr MEKKOUR Mounir	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	MCH	Rapporteur & Examinateur
Pr AZZOUZI Adnane	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	MCH	Examinateur
Pr AKDIM Youssef	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Examinateur
Pr ABERQI Ahmed	Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Fès	MCH	Examinateur
Pr EL MASSOUDI M'hamed	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	MCH	Co-Directeur de thèse
Pr BENNOUNA Jaouad	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Directeur de thèse

Résumé :

Cette thèse se concentre sur les résultats d'existence et parfois d'unicité pour les systèmes paraboliques-elliptiques de type Dirichlet non linéaires et les équations paraboliques dans des espaces modulaires, à savoir les espaces Orlicz-Sobolev et les espaces Orlicz-Sobolev anisotropiques. La thèse est divisée en six chapitres :

Dans le premier chapitre, nous rappelons brièvement quelques notions d'analyse fonctionnelle. Ensuite, nous présentons des préliminaires concernant les espaces Orlicz-Sobolev et les espaces Orlicz-Sobolev anisotropiques ainsi que des lemmes et théorèmes utiles pour la suite de la thèse.

Au deuxième chapitre, nous étudions l'existence des solutions renormalisées pour les systèmes paraboliques-elliptiques de type Dirichlet

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + A(u) & = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 \quad \text{in } Q_T, \\ \operatorname{div}\,(\sigma(u)\nabla\varphi) & = -\operatorname{div}\, F(u) \quad \text{in } Q_T, \\ u & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ \varphi & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ u(\cdot\,,0) & = u_0 \quad \text{in } \Omega. \end{cases}$$

Et au chapitre trois, nous nous intéressons aussi à l'existence des solutions renormalisées d'équations paraboliques non linéaires de type

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + A(u) & = \dfrac{\beta\sigma(u)}{\left(\int_\Omega \sigma(u)\mathrm{dx}\right)^2} \quad \text{in } Q_T, \\ u & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ u(\cdot\,,0) & = u_0 \quad \text{in } \Omega, \end{cases}$$

Le chapitre quatre est consacré à la démonstration de l'existence de solutions renormalisées du problème suivant

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^{N} \partial_i\big(a_i(x,t,u,\partial_i u)\big) & = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 \quad \text{in } Q_T, \\ \operatorname{div}\,(\sigma(u)\nabla\varphi) + \operatorname{div}\, F(u) & = 0 \quad \text{in } Q_T, \\ u & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ \varphi & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ u(\cdot\,,0) & = u_0 \quad \text{in } \Omega. \end{cases}$$

Dans le cadre des espaces d'Orlicz-Sobolev anisotropiques.

Pour les deux derniers chapitres, nous allons étudier l'existence des solutions périodiques pour des systèmes couplés dans les espaces d'Orlicz-Sobolev. En effet, au cinquième chapitre, nous appliquons la théorie des opérateurs maximaux monotones dans ce cadre pour établir l'existence d'une solution périodique du système parabolique-elliptique

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + A(u) = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 & \text{in } Q_T, \\ \text{div } (\sigma(u)\nabla\varphi) = 0 & \text{in } Q_T, \\ u = 0, \varphi = \varphi_0, & \text{on } \bar{\Gamma} \\ u(x,0) = u(x,T), \varphi(x,0) = \varphi(x,T) & \text{in } \bar{\Omega} \end{cases}$$

En imposant des conditions appropriées sur les termes φ, a, etσ, nous démontrons l'unicité de cette solution faible périodique. Et au dernier chapitre, nous modifions l'équation parabolique dans le système mentionné par la suivante

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A(u) + \sigma(u)\beta'(u)\nabla u\nabla\varphi = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 \text{ in } Q_T$$

et nous prouvons l'existence et l'unicité d'une solution périodique pour le nouveau système.

Mots clés : Problème de thermistance, système couplé, équation elliptique non linéaire, équation parabolique non linéaire, problème non local, espaces d'Orlicz-Sobolev, espaces d'Orlicz-Sobolev anisotropiques, solutions renormalisées, solutions faibles, solutions faibles périodiques, théorème de Leray-Schauder, effet de Joule, effet de Joule-Thomson.

STUDY OF COUPLED THERMISTOR SYSTEMS IN ORLICZ SPACES AND ANISOTROPIC ORLICZ SPACES

Abstract:
This thesis focuses on the results of existence and sometimes uniqueness for non-linear Dirichlet-type parabolic-elliptic systems and parabolic equations in modular spaces, namely the Orlicz-Sobolev spaces and the anisotropic Orlicz-Sobolev. The thesis is divided as follows:
In the first chapter, we briefly give some reminders about a functional Analysis. After we give some preliminaries concerning the Orlicz-Sobolev spaces and the anisotropic Orlicz-Sobolev spaces as well as useful lemmas and theorems for the rest of thesis.
In chapter two, we study the existence of the renormalized solutions for the parabolic-elliptic systems of type

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + A(u) & = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 \quad \text{in } Q_T, \\ \text{div } (\sigma(u)\nabla\varphi) & = -\text{div } F(u) \quad \text{in } Q_T, \\ u & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ \varphi & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ u(\cdot\,,0) & = u_0 \quad \text{in } \Omega. \end{cases}$$

And in chapter three, we are thus interested in the existence of the renormalized solutions of a nonlinear parabolic equations of type

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + A(u) & = \dfrac{\beta\sigma(u)}{\left(\int_\Omega \sigma(u)\mathrm{dx}\right)^2} \quad \text{in } Q_T, \\ u & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ u(\cdot\,,0) & = u_0 \quad \text{in } \Omega, \end{cases}$$

Chapter four is devoted to proving the existence of renormalized solutions of the following problem

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^N \partial_i\big(a_i(x,t,u,\partial_i u)\big) & = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 \quad \text{in } Q_T, \\ \text{div } (\sigma(u)\nabla\varphi) + \text{div } F(u) & = 0 \quad \text{in } Q_T, \\ u & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ \varphi & = 0 \quad \text{on } \Gamma, \\ u(\cdot\,,0) & = u_0 \quad \text{in } \Omega. \end{cases}$$

In the context of anisotropic Orlicz-Sobolev spaces.
In the last two chapters, we will study the existence of periodic solutions for coupled systems in the Orlicz-Sobolev spaces. Indeed, in the fifth chapter, we

apply the theory of maximal monotone operators in this cadre for establishing the existence of periodic solution of the parabolic-elliptic system

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + A(u) = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 & \text{in } Q_T, \\ \text{div } (\sigma(u)\nabla\varphi) = 0 & \text{in } Q_T, \\ u = 0, \varphi = \varphi_0, & \text{on } \bar{\Gamma} \\ u(x,0) = u(x,T), \varphi(x,0) = \varphi(x,T) & \text{in } \bar{\Omega} \end{cases}$$

Then imposing appropriate conditions on the terms φ, a, et σ,we demonstrate the uniqueness of this solution. And in the last chapter, we change in the aforementioned system the parabolic equation by the following

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A(u) + \sigma(u)\beta'(u)\nabla u\nabla\varphi = \sigma(u)|\nabla\varphi|^2 \text{ in } \quad Q_T$$

and we prove the existence and uniqueness of periodic solution for the new system.

Key Words: Thermistor problem, coupled system, nonlinear elliptic equation, nonlinear parabolic equation, nonlocal problem, Orlicz-Sobolev spaces, anisotropic Orlicz-Sobolev spaces, renormalized solutions, weak solutions, weak periodic solutions, Leray-Schauder theorem, Joule effect, Joule-Thomson effect.