AVIS RECTIFICATIF

(Report de la date de soutenance au Mardi 09/07/2024 au lieu du Lundi 08/07/2024)

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **OUAZIZ Abdesslam**
Soutiendra : **le Mardi 09/07/2024** à **10H00**
Lieu : ***FSDM – Centre Visioconférence***

Une thèse intitulée :

« Étude de quelques EDP fractionnaires via la théorie de Morse, le degré topologique et les méthodes variationnelles»

En vue d'obtenir le ***Doctorat***

FD : ***Mathématiques et Applications***
Spécialité : ***Equations aux Dérivées Partielles***

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
Pr BENNOUNA Jaouad	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Président
Pr AKDIM Youssef	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr EL MOUMNI Mostafa	Faculté des Sciences, El Jadida	MCH	Rapporteur & Examinateur
Pr HJIAJ Hassane	Faculté des Sciences, Tétouan	MCH	Rapporteur & Examinateur
Pr ELMASSOUDI Mhamed	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	MCH	Examinateur
Pr EL MOUTAOUAKIL Karim	Faculté Polydisciplinaire, Taza	PES	Examinateur
Pr MEKKOUR Mounir	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	MCH	Examinateur
Pr ABERQI Ahmed	Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Fès	MCH	Directeur de thèse

Résumé :

Dans cette thèse, notre objectif principal est d'introduire quelques espaces de Sobolev fractionnaires avec un exposant variable et une fonction noyau sur des variétés Riemanniens compacts $(M,\ g)$. En outre, nous prouverons les propriétés fondamentales de ces espaces, telles que la complétude, la réflexivité, la densité, séparabilité, et l'injection de Sobolev . Le deuxième objectif de cette thèse est d'étudier quelques problèmes elliptiques non-locaux dans le cadre des espaces de Sobolev généralisés sur des variétés compacts $(M,\ g)$.
La thèse est composé de cinq chapitres :

- Dans le premier chapitre, nous présentons l'état de l'art et les outils mathématiques, puis nous incluons les principaux résultats avec un aperçu de la preuve.
- Dans le deuxième chapitre, nous étendons les espaces de Sobolev avec des exposants variables pour couvrir le cas fractionnaire avec des variétés compactes. En utilisant les méthodes variationnelles, nous étudions l'existence d'une solution à un problème elliptique :

$$\begin{cases} \left(-\Delta_g\right)^{s}_{p(z)} \mathrm{u}(\mathrm{z}) + \mathrm{V}(\mathrm{z})|u(z)|^{q(z)-2} = f\big(z,u(z)\big), \quad in \quad U, \\ \\ u(z) = 0, \quad on \quad \partial U. \end{cases}$$

- L'objectif principal du troisième chapitre est de prouver les propriétés fondamentales d'un nouvel espace de Sobolev fractionnaire avec une fonction noyau. Comme application, on utilise les méthodes de degré topologique pour résoudre le problème suivant :

$$\begin{cases} \left(-\mathcal{L}_g\right)^{\mathrm{K}}_{p(x,\ .)} \mathrm{u}(\mathrm{x}) = \lambda\beta\,(x)\,|u(x)|^{r(x)-2} + f\big(x,u(x)\big), \quad in \quad U, \\ \\ u(x) = 0, \quad on \quad M \setminus U. \end{cases}$$

- Dans le quatrième chapitre, nous discutons de l'existence d'un nombre infini de solutions pour les problèmes fractionnaires à double phase impliquant un terme singulier. Nos traitements dans ce chapitre sont basés sur la théorie de Morse et le calcul du groupe critique.
- Dans le dernier chapitre, nous étudions la multiplicité de la solution pour p(x, ·)− fractionnaire -Kirchhoff du problème suivant impliquant une non-linéarité logarithmique :

$$\begin{cases} M\big(j_{s,\ p(x,\ .)}u\big)\Delta^{s}_{p(x,\ .)}\mathrm{u}(\mathrm{x}) = \lambda\beta\,(x)\,|u(x)|^{r(x)-2}\,\log\left(|u|\right) + \lambda f\big(x,u(x)\big), in\ U, \\ \\ u(x) = 0, \quad on \quad \mathbb{R}^N \setminus U. \end{cases}$$

L'approche est basée sur le calcul du groupe critique et la théorie de Morse.

Mots clés :
Problèmes elliptiques fractionnaires, fonction noyau, espace de Sobolev fractionnaire, théorie de Morse, fonction de Kirchhoff, terme singulier, solutions faibles, non-linéarité logarithmique, nombre infini de solutions, variétés Riemanniennes compactes, théorie des degrés topologiques, calcul des variations, intégrabilité de Lévy.

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ FES

CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
«SCIENCES ET TECHNIQUES ET SCIENCES MÉDICALES »
مركز الدكتوراه « العلوم والتقنيات والعلوم الطبية»

Study some fractional PDE's via topological degree, Morse's theory and variational methods

Abstract :
In this thesis, our main purpose is to introduce some fractional Sobolev space with variable exponent and kernel function on compact Riemannian manifolds (M, g). In addition, we shall prove the fundamental properties of these spaces, such as completeness, reflexivity, separability, compact embedding, and density. The second goal of this thesis is to study some non-local elliptic problems in the setting of Sobolev spaces generalized on compact Riemannian manifolds (M, g).
We divided our thesis into five chapters:
• In the first chapter, we present a comprehensive state of the art and mathematical tools, then included the main results with a glimpse of the proof.
• In the second chapter, we extend Sobolev spaces with variables exponents to cover the fractional case with compact manifolds. By using the variational methods, we study the existence solution to elliptic problem:

$$\begin{cases} \left(-\Delta_g\right)^{s}_{p(z)}\, \mathrm{u}(\mathrm{z}) + \mathrm{V}(\mathrm{z})|u(z)|^{q(z)-2} = f\big(z,u(z)\big), \quad in \quad U, \\ \\ u(z) = 0, \quad on \quad \partial U. \end{cases}$$

The main goal of the third chapter is to prove the fundamental proprieties of a new fractional Sobolev space with a kernel function. As an application, using the topological degree methods for solving the following problem:

$$\begin{cases} \left(-\mathcal{L}_g\right)^{\mathrm{K}}_{p(x,\ .)}\, \mathrm{u}(\mathrm{x}) = \lambda\beta\,(x)\,|u(x)|^{r(x)-2} + f\big(x,u(x)\big), \quad in \quad U, \\ \\ u(x) = 0, \quad on \quad M \setminus U. \end{cases}$$

In the fourth chapter, we discuss the existence of infinitely many solutions for fractional double phase problems involving a singular term. Our treatments in this chapter are based on Morse's theory and computation critical group.
• In the last chapter, we study the multiplicity of the solution for p(x, ·)− fractional -Kirchhoff the following problem involving logarithmic non-linearity:

$$\begin{cases} M\big(j_{s,\ p(x,\ .)}u\big)\Delta^{s}_{p(x,\ .)}\mathrm{u}(\mathrm{x}) = \lambda\beta\,(x)\,|u(x)|^{r(x)-2}\,\log(|u|) + \lambda f\big(x,u(x)\big), in\ U, \\ \\ u(x) = 0, \quad on \quad \mathbb{R}^N \setminus U. \end{cases}$$

The approach is based on the computation the critical group and Morse's theory.

Key Words :
Fractional elliptic problems, kernel function, fractional Sobolev space, Morse's theory, Kirchhoff function, singular term, weak Solutions, local liking, logarithmic non-linearity, infinitely many solutions, Compact Riemannian manifolds, topological degree theory, Calcul of varaitions, Lévy-integrability.