AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **ETTAYB Jawad**
Soutiendra : **le Samedi 20/05/2023** à **10H00**
*Lieu : **FSDM – Département de Géologie***

Une thèse intitulée :
Semi-groupes d'opérateurs non-Archimédiens

*En vue d'obtenir le **Doctorat***
*FD : **Mathématiques et Applications***
*Spécialité : **Analyse fonctionnelle et théorie Spectrale***

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
Pr ECH-CHERIF EL KETTANI Mustapha	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Président
Pr BABAHMED Mohammed	Faculté des Sciences, Meknès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr BENDAOUD Mohamed	Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Meknès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr ZGUITTI Hassane	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr AMEZIANE HASSANI Rachid	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Examinateur (Invité)
Pr BENBOUZIANE Hassane	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Examinateur
Pr CHOULLI Hanan	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Examinateur
Pr KADAOUI ABBASSI Mohamed Tahar	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Examinateur
Pr EL AMRANI Abdelkhalek	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Directeur de thèse
Pr BLALI Aziz	Ecole Normale Supérieure, Fès	PES	Co-directeur de thèse

Résumé :

Dans cette thèse, nous introduisons les notions : C_0-groupe, C-groupe, C_0-cosinus, C-cosinus, mixte C_0-groupe, mixte C-groupe, mixte C_0-cosinus, mixte C-cosinus, semi-groupe discret et C-groupe à deux paramètres d'opérateurs linéaires bornés sur un espace de Banach non-Archimédien. En particulier, on a montré que si $A \in B(X)$ est tel que $\|A\| \prec p^{\frac{-1}{p-1}}$, alors A est un générateur infinitésimal d'un groupe uniformément continue. De plus si $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ est un groupe différentiable sur X alors son générateur A est borné sur X. On a montré que si $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ est un C_0-groupe de contractions et A son générateur infinitésimal sur X tel que pour tout $t \in \Omega_r$, $R(T(t)) \subset D(A)$, alors pour tout $x \in X$ et tout $t \in \Omega^*_r$, $\frac{dT(t)}{dt} = AT(t) = T(t)A$. De plus si $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ et $(S(t))_{t\in\Omega_r}$ sont deux C_0-groupes d'opérateurs linéaires bornés sur X, alors $(T(t)\oplus S(t))_{t\in\Omega_r}$ est un C_0-groupe d'opérateurs linéaires bornés sur $X \oplus X$. On a prouvé que la multiplication d'un C-groupe qui commute avec un inversible $C_1 \in B(X)$ est un C_1C-groupe et si $A \in B(X)$ est tel que $\|A\| \prec p^{\frac{-1}{p-1}}$, A est un générateur infinitésimal d'un C-groupe uniformément continu sur X. La somme directe de deux C-groupes est un C-groupe et le générateur infinitésimal A d'une famille C_0-cosinus peut être borné ou non borné sur X. On a montré que si $A \in B(X)$ est tel que $\|A\| \prec p^{\frac{-1}{p-1}}$, A est un générateur infinitésimal d'une famille cosinus uniformément continu sur X. De plus si $x \in D(A)$, alors pour tout $t \in \Omega_r$, $C(t)Ax = AC(t)x$. La somme directe de deux familles C_0-cosinus d'opérateurs linéaires bornés est un C_0-cosinus. On a prouvé que $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ est uniformément continu, si et seulement si $(T(s,0))_{s\in\Omega_r}$ et $(T(0,t))_{t\in\Omega_r}$ sont uniformément continus. De plus $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ est un C_0-groupe, si et seulement si $(T(s,0))_{s\in\Omega_r}$ et $(T(0,t))_{t\in\Omega_r}$ sont des C_0-groupes. On a montré que $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ est un C_0-groupe de contractions, si et seulement si $(T(s,0))_{s\in\Omega_r}$ et $(T(0,t))_{t\in\Omega_r}$ sont des C_0-groupes de contractions. Et que si $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ est un C-groupe de générateur infinitésimal (A_1, A_2), alors si $x \in D(A)\cap D(A_2)$, pour tout $(s,t)\in\Omega_r^2$, $T(s,0)x, T(0,t)x \in D(A_1)\cap D(A_2)$. De plus, $\frac{\partial}{\partial s}T(s,t)x = A_1T(s,t)x = T(s,t)A_1x$ et $\frac{\partial}{\partial t}T(s,t)x = A_2T(s,t)x = T(s,t)A_2x$. On a donné une condition nécessaire pour qu'une famille mixte C_0-groupe, mixte C-groupe d'opérateurs linéaires bornés soit commutative. Pour $(S(t))_{t\in\Omega_r}$ un H-C_0-groupe sur X de générateur infinitésimal A avec $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ de générateur infinitésimal A_0, on a montré que si $x \in D(A)$, alors pour tout $t \in \Omega_r$, $S(t)x, T(t)x \in D(A)$. De plus si $x \in D(A_0)$, alors pour tout $t \in \Omega_r$, $S(t)x, T(t)x \in D(A_0)$. Une condition nécessaire pour une famille mixte H-C_0-cosinus, mixte H-C-cosinus d'opérateurs linéaires bornés soit commutative a été donnée. Finalement, dans le cas discret, une condition nécessaire et suffisante pour qu'un semi-groupe discret soit de contractions a été donnée.\\

Mots clés :

Espace de Banach non-Archimédiens, familles d'opérateurs linéaires bornés, opérateur spectrale, semi-groupe de contractions.

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ FES

CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
«SCIENCES ET TECHNIQUES ET
SCIENCES MÉDICALES

مركز الدكتوراه « العلوم والتقنيات
والعلوم الطبية»

Semi-groups of non-Archimedean operators

Abstract:
In this thesis, we introduce the notions: C_0 -group, C -group, C_0 -cosine, C -cosine, mixed C_0 -group, mixed C -group, discrete semigroup and two parameter C -group of bounded linear operators on a non-Archimedean Banach space. In particular, if $A \in B(X)$ such that $\|A\| \prec p^{\frac{-1}{p-1}}$, then A is the infinitesimal generator of a uniformly continuous group. Moreover if $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ is a differentiable group on X then its generator A is bounded on X. We have shown that if $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ is a C_0 -group of contractions and A its infinitesimal generator on X such that for all $t \in \Omega_r$, $R(T(t)) \subset D(A)$, then for all $x \in X$ and for each $t \in \Omega^*_r$, $\frac{dT(t)}{dt} = AT(t) = T(t)A$. Moreover if $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ and $(S(t))_{t\in\Omega_r}$ are two C_0 -groups of bounded linear operators on X, then $(T(t)\oplus S(t))_{t\in\Omega_r}$ is a C_0 -groups of bounded linear operators on $X \oplus X$. We prove that the multiplication of a C -group commutes with $C_1 \in B(X)$ invertible is a C_1C -group and if $A \in B(X)$ such that $\|A\| \prec p^{\frac{-1}{p-1}}$, A is the infinitesimal generator of a uniformly continuous C -group on X. The direct sum of two C -group is a C -group. We have seen that the infinitesimal generator A of a C_0 -cosine family can be bounded or unbounded on X. We have shown that if $A \in B(X)$ such that $\|A\| \prec p^{\frac{-1}{p-1}}$, then A is the infinitesimal generator of a uniformly continuous cosine family on X. Moreover if $x \in D(A)$, then for all $t \in \Omega_r$, $C(t)Ax = AC(t)x$. The direct sum of two C_0 -cosine families of bounded linear operators is a C_0 -cosine. We prove that $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ is uniformly continuous, if and only if $(T(s,0))_{s\in\Omega_r}$ and $(T(0,t))_{t\in\Omega_r}$ are uniformly continuous. Moreover $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ is a C_0 -group, if and only if $(T(s,0))_{s\in\Omega_r}$ and $(T(0,t))_{t\in\Omega_r}$ are C_0 -groups. We show that $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ is a C_0 -group of contractions, if and only if $(T(s,0))_{s\in\Omega_r}$ and $(T(0,t))_{t\in\Omega_r}$ are C_0 -group of contractions. Let $(T(s,t))_{(s,t)\in\Omega_r^2}$ be a C -group and (A_1, A_2) its infinitesimal generator, we show that if $x \in D(A)\bigcap D(A_2)$, then for all $(s,t) \in \Omega_r^{\,2}$, $T(s,0)x, T(0,t)x \in D(A_1)\bigcap D(A_2)$. Moreover, if, $\frac{\partial}{\partial s}T(s,t)x = A_1T(s,t)x = T(s,t)A_1x$ and $\frac{\partial}{\partial t}T(s,t)x = A_2T(s,t)x = T(s,t)A_2x$. We give a necessary condition for a mixed C_0 -group, mixed C -group family of bounded linear operators to be commutative. For $(S(t))_{t\in\Omega_r}$ an H - C_0 -group on X and A its infinitesimal generator with $(T(t))_{t\in\Omega_r}$ of infinitesimal generator A_0, we show that if $x \in D(A)$, then for any $t \in \Omega_r$, $S(t)x, T(t)x \in D(A)$. Moreover if $x \in D(A_0)$, then for all $t \in \Omega_r$, $S(t)x, T(t)x \in D(A_0)$. A necessary condition for a mixed H - C_0 -cosine, mixed H - C -cosine families of bounded linear operators to be commutative. Finally, in discrete case, a necessary and sufficient condition for a discrete semigroup to be of contractions has been given.

Key Words: Non-Archimedean Banach spaces, Families of bounded linear operators, spectral operator, semi-group of contractions.