جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDALLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MEHRAZ FES

CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
«SCIENCES ET TECHNOLOGIES

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

*M^r^* : BOUGHALEB Omar

Soutiendra *: le 29/11/2022 à 15H*
Lieu *: FSDM – D. Mathématiques*

Une thèse intitulée *:*
On the normality of certain rational algebras
(Sur la normalité des certaines algèbres rationnelles)

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : *Mathématiques et Application* (MA)
Spécialité *:* Algèbre

Devant le jury composé comme suit :

	Nom et prénom	Grade	Etablissement
Présidente	Pr. MOUANIS hakima	PES	Faculté des sciences Dhar El Mehraz –Fés
Directeur de thèse	Pr. EL FADIL Lhoussain	PES	Faculté des sciences Dhar El Mehraz –Fés
Rapporteurs	Pr. CHILLALI Abdelhakim	PES	Faculté Polydisciplinaire Taza
	Pr. ZIANE M'hammed	PES	Faculté des sciences – Oujda
	Pr. KACHA Ali	PES	Faculté des sciences –Kénitra
Examinateur	Pr. SAMOUDI Mohammed	PH	Faculté des sciences –Meknès
Examinateur	Pr. TAMEKKANTE Mohammed	PES	Faculté des sciences –Meknès
Invité	Pr. EL HASSANI CHARKANI Mohammed	PES	Faculté des sciences Dhar El Mehraz -Fés

CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
«SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Résumé :

Soient R un anneau de Dedekind et K son corps de fraction. Soient L=K(α) une extension finie séparable de K avec $\alpha \in O_L$ l'anneau des entiers de K. dans cette thèse nous utilisons l'application norme et la notion de polynômes pures, que nous généralisons à un anneau de valuation discrète arbitraire pour étudier les éléments d'une base intégrale de O_L, cela nous permet de donner une condition suffisante pour que R[α] ne soit pas intégralement clôs. Ensuite, nous donnons explicitement une base intégrale des corps purs de degré premier (dans le contexte d'un anneau de valuation discrete) en utilisant une version généralisée du théorème de Ore. Nous considérons également le problème d'existence d'une base triangulaire de O_L sur un anneau principal arbitraire, et nous donnons plus de précision sur l'indice idéal et les coefficients dominants. Améliorant significativement un résultat dans cette direction par M. Hall pour les corps de nombres cubiques (1937) qui est dérivé comme un cas particulier d'un résultat plus général prouvé ici. La preuve est basée sur une nouvelle version du théorème de structure bien connu des modules sur (PID). Plus précisément, nous exprimons explicitement l'indice idéal comme un produit de dénominateurs d'une base triangulaire monique et établissons ainsi une décomposition intéressante de l'indice sur (PID). Ensuite, nous étudions quelques conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'une base intégrale d'extensions relatives en utilisant une version récente du critère de Dedekind, quelques exemples illustratifs sont donnés en utilisant le logiciel Maple. Enfin, lorsque α satisfait le polynôme irréductible $P(X)=X^P-a, on donne une formule explicite du discriminant $D_{L/K}$ de L sur K. A titre d'illustration, on calcule le discriminant $D_{L/K}$ d'une famille de corps purs septiques et quintiques sur des sous-corps quadratiques.

Mots clés :
Index ideal , Base triangulaire Intégrale, Discriminant, , monogènité

On the normality of certain rational algebras

Abstract :

Let R be a Dedekind ring and K its fraction field. Let L/K be a finite separable extension of K and let O_L denote the ring of the integral elements of K. Let $\alpha \in O_L$ be an algebraic integer over R such that L = K(α). in this thesis we use the map norm and the notion of hight isoline polynomials, which we extend to arbitrary discrete valuation ring to study the elements of an integral basis of O_L, this allows us to give a sufficient condition for R[α] to be not integrally closed. Then we give explicitly an integral basis of pure prime fields (in context of discrete valuation ring) using a generalized version of Ore's Theorem. We also consider the problem of existence of triangular basis of O_L over arbitrary principal ideal domain, and we give more precision on ideal index and leading coefficients. Improving significantly a result in this direction by M. Hall for Cubic numbers fields (1937) which is derived as a special case of a more general result proved here. The proof is based on a new version of the well-known structure Theorem of finitely generated modules over a (PID). More precisely, we express explicitly the ideal index as a product of denominators of a monic triangular basis and hence establish an interesting decomposition of the index over (PID). Then we investigate some necessary and sufficient conditions for the existence of power integral basis of relative extensions using a recent version of Dedekind criterion, some illustrative examples are given using Maple software. Finally, when α satisfies the monic irreducible polynomial $P(X) = X^p - a$ of prime degree , we give an explicit formula for the discriminant $D_{L/K}$ of L over K. As an illustration, we compute the discriminant $D_{L/K}$ of a family of septic and quintic pure fields over quadratic subfields.

Key Words:
Ideal index , Triangular integral basis, Discriminant, , Power integral basis.