



## AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

M<sup>r</sup> : CHATAR Walid

Soutiendra : le 25/07/2022 à 10H  
Lieu : FSDM – Centre Visioconférence.

### Une thèse intitulée :

Contributions à l'étude des systèmes dynamiques hamiltoniens chaotiques et intégrables et leurs bifurcations : Analyses théoriques et simulations numériques

### En vue d'obtenir le Doctorat

FD : SMPI (Sciences des Matériaux et Procédés Industriels)  
Spécialité : Sciences des matériaux pour l'énergie et l'environnement

### Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
BENZAKOUR Najib	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès	PES	Président
QJIDAA Hassan	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès	PES Emérite	Rapporteur & examinateur
HAMMOUCH Zakia	École Normale Supérieure - Meknès	PH	Rapporteur & examinateur
BROURI Adil	Ecole Nationale Supérieure des Arts et des Métiers - Meknès	PES	Rapporteur & examinateur
MASROUR Rachid	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès	PES	Examineur
LAFHIM Lahoussine	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès	PH	Examineur
OUAZZANI-JAMIL Mohammed	Université Privée de Fès	PES	Examineur
KHARBACH Jaouad	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès	PH	Directeur de thèse
REZZOUK Abdellah	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès	PES	Co-Directeur de thèse

**Résumé :**

Les travaux effectués, dans le cadre de cette thèse, concernent l'étude et l'analyse de systèmes dynamiques non linéaires connus complexes. Le but principal s'attache en particulier à examiner des systèmes hamiltoniens chaotiques et intégrables et leurs bifurcations à deux et trois dimensions, via une description exhaustive qualitative et quantitative, basée sur des analyses théoriques et des simulations numériques. Ce travail de thèse repose sur deux approches indépendantes mais complémentaires, à savoir :

La première approche concerne essentiellement l'étude de l'intégrabilité de deux systèmes hamiltoniens à deux et à trois dimensions. Dans cette approche, nous avons utilisé l'analyse de Painlevé pour étudier l'intégrabilité bidimensionnelle de l'hamiltonien de l'atome d'hydrogène dans le potentiel de Van der Waals sous l'effet de Stark-Zeeman. Pour l'intégrabilité tridimensionnelle, nous avons déterminé les intégrales premières de mouvement, ainsi nous avons exploité les sections de Poincaré comme méthode numérique afin de confirmer les résultats analytiques et d'observer la transition chaos-ordre-chaos du système.

Le deuxième système est l'hamiltonien d'Armbruster-Guckenheimer-Kim (AGK), nous avons utilisé l'analyse de Painlevé pour étudier l'intégrabilité tridimensionnelle. Plusieurs méthodes numériques ont été déployées comme les sections de Poincaré (SP), les exposants de Lyapunov (EL) et la méthode du plus petit indice d'alignement (SALI), dans le but de distinguer le comportement chaotique et le comportement régulier du mouvement du système.

La deuxième approche de ce travail porte sur l'étude de l'aspect algébrique et géométrique des systèmes hamiltoniens intégrables. Pour cela, nous avons pris comme problème le système hamiltonien de Yang-Mills et nous avons étudié trois cas intégrables de ce système. Après l'utilisation des transformations canoniques adéquates, le système est décrit par un hamiltonien séparable à deux degrés de liberté. La structure et l'évolution de l'espace de phase sont explorées de manière intensive. Dans ce sens, nous avons trouvé plusieurs bifurcations de tores de Liouville qui modifient fortement la structure de l'espace de phase. Nous avons proposé également des solutions périodiques explicites pour les ensembles communs singuliers des intégrales premières. Des illustrations numériques sont effectuées pour toutes les bifurcations génériques au moyen des sections de Poincaré.

**Mots clés :**

Intégrabilité, Chaos, Système Hamiltonien, Bifurcation, Analyse de Painlevé, Théorie de Fomenko, Hamiltonien de Yang-Mills, Atome d'hydrogène, Potentiel de Van der Waals, Effet de Stark-Zeeman, Hamiltonien d'Armbruster-Guckenheimer-Kim, Sections de Poincaré, Exposants de Lyapunov, Plus petit indice d'alignement (SALI), Indice d'alignement généralisé (GALI).

# **Contributions to the study of chaotic and integrable hamiltonian dynamical systems and their bifurcations: Theoretical analyses and numerical simulations.**

## **Abstract :**

The work carried out, within the framework of this thesis, concerns the study and analysis of complex nonlinear dynamical systems. The main goal focuses in particular on examining chaotic and integrable hamiltonian systems and their bifurcations in two and three dimensions, via an exhaustive qualitative and quantitative description, based on theoretical analysis and numerical simulations. This thesis work is based on two independent but complementary approaches, namely :

The first essentially concerns the study of the integrability of two hamiltonian systems in two and three dimensions. In this approach, we used the Painlevé analysis to study the two-dimensional integrability of the hamiltonian of the hydrogen atom in the Van der Waals potential under the Stark-Zeeman effect. For three-dimensional integrability, we determined the first integrals of motion ; thus, we exploited Poincaré surface of section as a numerical method to confirm the analytical results and to observe the chaos-order-chaos transition of the system.

The second system is the Armbruster-Guckenheimer-Kim (AGK) hamiltonian. We used Painlevé analysis to study the three-dimensional integrability. Several numerical methods have been deployed such as the Poincaré surface of section (PSS), Lyapunov exponents (LE) and the smaller alignment index (SALI) method, to distinguish between chaotic and regular behaviour of the system motion.

The second approach to this work focuses on the study of the algebraic and geometric aspects of integrable hamiltonian systems. For this purpose, we took the Yang-Mills hamiltonian system as a problem and studied three integrable cases of this system. After using the appropriate canonical transformations, the system is described by a separable hamiltonian with two degrees of freedom. The structure and evolution of phase space are intensively explored. In this sense, we find several bifurcations of Liouville tori, which strongly modify the structure of the phase space. We also propose explicit periodic solutions for the singular common sets of the first integrals. Numerical illustrations are made for all generic bifurcations using Poincaré surface of section.

## **Key Words:**

Integrability, Chaos, Hamiltonian System, Bifurcation, Painlevé Analysis, Fomenko Theory, Yang-Mills Hamiltonian, Hydrogen Atom, Van der Waals Potential, Stark-Zeeman Effect, Armbruster-Guckenheimer-Kim Hamiltonian, Poincaré surface of section, Lyapunov exponents, The smaller alignment indices (SALI), The generalized alignment indices (GALI).