جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ FES

CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
«SCIENCES ET TECHNOLOGIES
مركز الدراسات الدكتوراه
"العلوم والتكنولوجيا"

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **: RAZOUKI Abdelhak**

Soutiendra **: le 02/10/2021** à **10h**

Une thèse intitulée :

Topologie Séquentielle et $\mathcal{I}$-Convergence

***E*n vue d'obtenir le Doctorat**

FD : Mathématiques et Applications (MA)

Spécialité : Analyse Fonctionnelle et Théorie Spectrale

Lieu : Nouveau Centre polyvalent des études Doctorales de l'Université Sidi Mohamed Ben Abdellah.

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
Président	Pr ECH-CHERIF EL KETTANI Mustapha	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Directeur de thèse	Pr EL AMRANI Abdelkhalek	PH	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
Rapporteurs	Pr BABAHMED Mohamed	PES	Faculté des Sciences - Meknès
	Pr KABBAJ Samir	PES	Faculté des Sciences - Kénitra
	Pr ZGUITTI Hassane	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Membres	Pr BLALI Aziz	PES	Ecole Normale Supérieure - Fès
	Pr MOUANIS Hakima	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz – Fès
	Pr KADAOUI ABBASSI Mohamed Tahar	PH	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz – Fès
Invité	Pr AMEZIANE HASSANI Rachid	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès

Résumé :

Dans ce travail nous étudions les espaces séquentiels et les topologies séquentielles. Nous donnons quelques résultats des limites inductives topologiques séquentielles d'une famille $(E_\alpha, \tau_\alpha^s, A_\alpha)_{\alpha\in I}$ telle que τ_α^s est la topologie séquentielle localement convexe associée à la topologie τ_α , pour tout $\alpha \in I$.

Puis, nous introduisons la notion de $\mathcal{I}$-convergence des suites, dans un groupe topologique et dans un espace topologique, où $\mathcal{I}$ est un idéal de l'ensemble $\mathbb{N}$ d'entiers positifs. De plus, nous comparons la topologie usuelle avec la topologie $\mathcal{I}$-séquentielle associée, et nous prouvons quelques propriétés de base de la notion de $\mathcal{I}$-convergence des suites. Nous donnons également une étude approfondie sur les groupes séquentiellement $\mathcal{I}$-topologique à l'aide de la $\mathcal{I}$-continuité séquentielle de l'application de multiplication par un scalaires et l'application inverse.

Notamment, nous présentons des résultats intéressants relatifs aux sous-ensembles $\mathcal{I}$-ouverts et $\mathcal{I}$-fermés d'un groupe séquentiellement $\mathcal{I}$-topologique, ainsi que certains résultats sur les applications séquentiellement $\mathcal{I}$-continues. Nous étudions également la relation entre la $\mathcal{I}$-séparation et l'unicité des $\mathcal{I}$-limites de suites, de sorte que nous donnons une caractérisation de l'unicité des $\mathcal{I}$-limites des suites par la fermeture des sous-ensembles séquentiellement $\mathcal{I}$-compacts.

Ensuite, nous établirons la stabilité de la topologie $\mathbb{K}$-vectorielle séquentielles associées à la topologie usuelle, où $\mathbb{K}$ est un corps valué non-archimédien, par l'intermédiaire de la continuité des applications d'addition et de multiplication par scalaire pour la topologie séquentielle. Aussi, nous présentons la stabilité de la $\mathbb{K}$-convexité pour cette topologie séquentielle. Par ailleurs, nous caractériserons la fermeture séquentielle d'un noyau d'une forme linéaire et nous prouverons le théorème géométrique de Hahn-Banach dans une topologie $\mathbb{K}$-vectorielle séquentielle.

Après, nous caractérisons les espaces séquentiels bornologiques et la limite inductive des espaces séquentiels. En outre, nous étudions l'équicontinuité et la dualité dans ces espaces séquentiels.

Enfin, Nous définissons la fermeture floue séquentielle et l'intérieur flou séquentiel des sous-ensembles flous de I^X par la convergence des suites des points flous. Nous caractérisons également la topologie floue séquentielle par l'intermédiaire de la fermeture floue séquentielle. De plus, nous comparons cette topologie avec la topologie floue habituelle, et nous prouvons certaines propriétés de base de ces concepts.

Mots clés :

Enveloppe localement convexe, topologie séquentielle de l'enveloppe, corps valué non-archimédien, sphériquement complet, codimension, hyperplan, limite inductive, limite inductive topologique séquentielle, limite inductive stricte séquentielle, topologie du quotient séquentiel, LF^s-espaces, convergence statistique, densité asymptotique, $\mathcal{I}$-convergence, $\mathcal{I}$-fermeture, $\mathcal{I}$-continuité, $\mathcal{I}$-topologie séquentielle, $\mathcal{I}$-séparation, $\mathcal{I}$-limite, $\mathcal{I}$-compacité, $\mathcal{I}$-compacité séquentielle, $\mathcal{I}$-homéomorphisme, sous-groupe normal, $\mathcal{I}$-homogénéité séquentielle, espaces bornologiques, $\mathbb{K}$-convexité, équicontinuité, dualité, ensembles flous, points flous, voisinages flous, fermeture séquentielle floue, intérieur séquentiel flou, frontière séquentielle floue.

SEQUENTIAL TOPOLOGY AND $\mathcal{I}$-CONVERGENCE

Abstract:

In this work we study sequential spaces and sequential topologies. We give some results on the sequential topological inductive limits of a family $(E_\alpha, \tau_\alpha^s, A_\alpha)_{\alpha\in I}$ such that τ_α^s is the locally convex sequential topology associated to the topology τ_α, for any $\alpha \in I$.

After, we introduce the notion of $\mathcal{I}$-convergence of sequences, either in a topological group or in a topological space, where $\mathcal{I}$ is an ideal of the set $\mathbb{N}$ of positive integers. Moreover, we compare this usual topology with the associated $\mathcal{I}$-sequential topology, and we prove some basic properties of the notion of $\mathcal{I}$-convergence of sequences. We also give a further investigation of sequentially $\mathcal{I}$-topological groups with the aid of sequentially $\mathcal{I}$-continuity of multiplication mapping and inverse mapping.

In particular, we present some interesting results related to $\mathcal{I}$-open and $\mathcal{I}$-closed subsets of a sequentially $\mathcal{I}$-topological group, as well as some results on sequentially $\mathcal{I}$-continuous applications. We also study the relation between $\mathcal{I}$-separation and the uniqueness of $\mathcal{I}$-limits of sequences, so that we give a characterization of the uniqueness of $\mathcal{I}$-limits of sequences by the closure of sequentially $\mathcal{I}$-compact subsets.

On the other hand, we establish the stability of the sequential $\mathbb{K}$-vector topology associated to the usual topology, where $\mathbb{K}$ is a non-archimedean valued field, through the continuity of the addition and scalar multiplication applications for the sequential topology. Also, we present the stability of $\mathbb{K}$-convexity for this sequential topology. Furthermore, we characterize the sequential closure of a kernel of a linear form and prove the geometric Hahn-Banach theorem in a sequential $\mathbb{K}$-vector topology.

Next, we characterize the bornological sequential spaces and the inductive limit of sequential spaces. Furthermore, we study equicontinuity and duality in these sequential spaces.

Finally, we define the sequential fuzzy closure and sequential fuzzy interior of fuzzy subsets of I^X by convergence of sequences of fuzzy points. We characterize the sequential fuzzy topology with the sequential fuzzy closure. Furthermore, we compare this topology with the usual fuzzy topology, and prove some basic properties of these concepts.

Key Words :

Locally convex hull, sequential hull topology, non-Archimedean valued field, spherically complete, codimension, hyperplane, inductive limit, sequential topological inductive limit, sequential strict inductive limit, sequential quotient topology, LF^s-spaces, statistical convergence, asymptotic density, $\mathcal{I}$-convergence, $\mathcal{I}$-closed, $\mathcal{I}$-continuity, $\mathcal{I}$-sequential topology, $\mathcal{I}$-separated, $\mathcal{I}$-bounded, $\mathcal{I}$-compactness, sequentially $\mathcal{I}$-compact, $\mathcal{I}$-homeomorphism, normal subgroup, sequentially $\mathcal{I}$-homogenous, bornological spaces, $\mathbb{K}$-convexity, equicontinuity, duality, fuzzy sets, fuzzy points, fuzzy neighborhoods, fuzzy sequential closure, fuzzy sequential interior, fuzzy sequential boundary.