

Résumé :

Dans cette thèse nous avons généralisé divers travaux dans des domaines non bornés soit dans le cas stationnaire ou dans le cas d'évolution dans le temps, nous avons établi l'existence et les principaux résultats de régularité (sur la sommabilité exponentielle et la régularité des solutions).

Les travaux présentés dans cette thèse, portent sur l'étude de certains problèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires, elliptiques et paraboliques de type Dirichlet dans des domaines non bornés. L'existence des solutions de ces types de problèmes est investiguée dans des espaces de Sobolev qui sont munis des exposants constants ou variables. Ce travail qui présente le fruit d'une généralisation de divers travaux dans des domaines non bornés soit dans le cas stationnaire ou dans le cas d'évolution dans le temps, se décompose en deux grandes parties. La première partie concerne l'étude des problèmes non linéaires elliptiques avec des exposants variables. La seconde partie est consacrée à l'étude des problèmes non linéaires paraboliques. Après une introduction générale, quelques préliminaires et résultats nécessaires pour la suite de notre travail, nous démontrons l'existence d'au moins une solution faible pour une classe d'équations non linéaires elliptiques avec des termes de croissance naturelle dans l'espace de Sobolev puis nous montrons la régularité de ces solutions avec des conditions appropriés. Dans le deuxième chapitre on a établi l'existence et la régularité des solutions pour une classe d'équations $p(x)$ -elliptiques fortement non linéaires. En ce qui concerne la deuxième partie, nous établissons l'existence des solutions et la régularité pour deux problèmes parabolique fortement non linéaire dans le cas p constant et dans le cas p variable où Ω peut être de mesure infinie.

Le schéma des preuves des principaux résultats comprend les trois étapes suivantes:

1. Prouver que le problème tronqué a une solution u_n .
2. Trouver des estimations a priori pour les fonctions $\exp(\lambda |u_n|) - 1$, où u_n est n'importe quelle solution au problème approximatif.
3. Extraire une sous-séquence faiblement convergente et passer à la limite dans la formulation faible.

Actuellement, ce travail soulève un certain nombre de questions qui méritent d'être approfondies. Par exemple:

1. Unicité des solutions.
2. Le cadre des problèmes hyperboliques.
3. Modification des hypothèses ordinaires (monotonie et coercivité).
4. Le cadre des problèmes fractionnaires.
5. La plupart des termes de ces problèmes sont «contrôlables» indiquant qu'ils ont une bonne croissance, typiquement $|x|^{p(x)-1}$, Il sera intéressant de considérer certains termes ayant une partie «incontrôlable».

Mots clés :

Equations nonlinéaires elliptiques dans des domaines non bornés, Equations elliptiques fortement nonlinéaires, Equations paraboliques fortement nonlinéaires dans des domaines non bornés, termes d'ordre inférieur, Solutions faibles, Espaces duals, Espaces de Sobolev avec des exposants constants ou variables, Résultats d'existence, Régularité des solutions.

On Some Elliptic And Parabolic Problems In Unbounded Domains

Abstract :

In this thesis we have generalized various works in unbounded domains either in the stationary case or in the case of evolution over time, we have established the existence and the main results of regularity (on the exponential summability and the regularity of solutions).

The work presented in this thesis focuses on the study of certain problems of nonlinear, elliptic and parabolic partial differential equations of Dirichlet type in unbounded domains. The existence of solutions to these types of problems is investigated in Sobolev spaces which are provided with constant or variable exponents. This work, which presents the fruit of a generalization of various works in unbounded fields either in the stationary case or in the case of evolution over time, consists of two main parts. The first part concerns the study of elliptical nonlinear problems with variable exponents. The second part is devoted to the study of parabolic nonlinear problems. After a general introduction, some preliminaries and results necessary for the continuation of our work, we demonstrate the existence of at least one weak solution for a class of elliptic nonlinear equations with natural growth terms in the Sobolev space. then we show the regularity of these solutions with appropriate conditions. In the second chapter we established the existence and the regularity of the solutions for a class of strongly nonlinear $p(x)$ -elliptical equations. Regarding the second part, we establish the existence of the solutions and the regularity for two strongly nonlinear parabolic problems in the constant p case and in the variable p case where Ω can be of infinite measure.

The diagram of the proofs of the main results consists of the following three steps:

1. Prove that the truncated problem has a solution u_n .
2. Find a priori estimates for the functions $\exp(\lambda |u_n|) - 1$, where u_n is any solution to the approximate problem.
3. Extract a weakly convergent subsequence and go to the limit in the weak formulation.

Currently, this work raises a number of questions that merit further study. For example:

1. Uniqueness of solutions.
2. The framework of hyperbolic problems.
3. Modification of ordinary assumptions (monotony and coercivity).
4. The framework of fractional problems.
5. Most of the terms for these problems are "controllable" indicating that they are growing well, typically $|x|^{p(x)-1}$, It will be interesting to consider some terms having an "uncontrollable" part.

Key Words:

nonlinear Elliptic equations in unbounded domains, Strongly nonlinear elliptic equations, Strongly nonlinear parabolic equations in unbounded domains, lower order terms, Weak solutions, Dual spaces, Sobolev spaces with constant or variable exponents, Existence Results, Regularity of the Solutions.