

**UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH  
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ  
FES**



**AVIS DE SOUTENANCE DE THESE**

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mme(elle) : **BRAHMI Ibtissam**

Soutiendra : **le samedi 30/11/2019 à 09h**      **Lieu : centre de conférences**

**une thèse intitulée :**

*Stability of Eigenvalues in Partial Differential Equations- Deepness Analysis in Prototypes based  
Unsupervised Learning*

**En vue d'obtenir le Doctorat**

**FD :** Mathématiques et Applications (MA)

**Spécialité:** Equations aux Dérivées Partielles

**Devant le jury composé comme suit :**

	<b>NOM ET PRENOM</b>	<b>GRADE</b>	<b>ETABLISSEMENT</b>
<b>Président</b>	Pr. ANANE Aomar	PES	ENSA- UMP-Oujda
<b>Directeur de thèse</b>	Pr. TOUZANI Abdelfattah	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
<b>Co-directeur</b>	Pr. BENNANI Younès	PES	LIPN - UP13- France
<b>Rapporteurs</b>	Pr. VERDE Rosanna	PES	Universita degli studi della campania luigi vanvitelli
	Pr. RAGHAY Said	PES	FSTG-UCA- Marrakech
	Pr. AKDIM Youssef	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
<b>Membres</b>	Pr. YOUSFI Nora	PES	Faculté des Sciences - UH II - Casablanca
	Pr. WARDI Souad	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz – Fès
	Pr. YOUSFI Ahmed	PH	ENSA- USMBA-Fès

## **Résumé :**

Le travail de recherche présenté dans cette thèse concerne deux parties distinctes, la première a été élaborée au sein du Laboratoire d'Analyse Mathématique et Applications de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz et concerne l'analyse de stabilité des valeurs propres suivant les variations de l'exposant d'intégrabilité dans les équations aux dérivées partielles à exposant variable. Afin d'apporter des éléments de réponse pour cette problématique, nous proposons différentes contributions. Une première contribution consiste à montrer la stabilité de la valeur propre à gauche qui est en général une question très délicate vu le manque des injections fonctionnelles adéquates, nous avons contourné à cette problématique en investissant dans la géométrie du domaine. Les deux autres contributions consistent à l'étude de stabilité des valeurs propres associées aux opérateurs du  $p(\cdot)$ -Laplacien et  $p(\cdot)$ -Biharmonique, respectivement. Nous avons également exploité la notion de Gamma-convergence pour nous aider à montrer les différentes convergences variationnelles. La deuxième partie a été réalisée au sein du Laboratoire d'Informatique Paris Nord et concerne l'analyse de profondeur de certains algorithmes à bases de prototypes dans l'apprentissage non supervisé. Dans un premier temps, nous avons montré mathématiquement que la Factorisation Matricielle Nonnégative Multicouches est une architecture profonde, on s'est reposé sur l'inverse généralisé de Penrose pour accomplir la démonstration puis on a validé expérimentalement en se agissant sur l'ordre de représentation. Dans un deuxième temps, nous avons conçu une nouvelle architecture profonde multicouches basée sur une version probabiliste des cartes auto-organisatrices, on a utilisé l'indice de Jensen-Shanon et l'indice de Silhouette pour valider notre nouvelle approche.

## **Mots clés :**

Equations aux Dérivées Partielles, Valeurs Propres, Stabilité, Factorisation Matricielle Nonnegative, Cartes Auto Organisatrices, Apprentissage Profond.

# STABILITY OF EIGENVALUES IN PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS – DEEPNESS ANALYSIS IN PROTOTYPES BASED UNSUPERVISED LEARNING

## Abstract :

The present research work presented in this thesis concerns two distinct parts, the first was elaborated within the Laboratory of Mathematical Analysis and Applications of the Faculty of Sciences Dhar El Mahraz and concerns the analysis of stability of variational eigenvalues according to the variations of the exponent of integrability in partial differential equations with variable exponent. In order to provide elements of response to this problem, we propose various contributions. A first contribution is to show the stability of the eigenvalue on the left which is in general a very delicate issue given the lack of adequate functional injections, we have circumvented this problem by investing on the geometry of the domain. The other two contributions consist on the study of the stability of eigenvalues associated with  $p(\cdot)$ -Laplacien and  $p(\cdot)$ -Biharmonique operators, respectively. We also exploited the notion of Gamma-convergence to help us show the different variational convergences. The second part was carried out within the Paris Nord Computer Laboratory and concerns the in-depth analysis of certain prototypes based on models in unsupervised learning, At first, we showed mathematically that the Multi-layer Nonnegative Matrix Factorisation is a deep architecture, we relied on the generalized inverse of Penrose to complete the demonstration and then we validated experimentally by acting on the order of representation. In a second step, we designed a new deep built-up architecture based on a probabilistic version of the self-organizing maps, we used the Jensen-indexShanon and the Silhouette index to validate our new approach.

## Key Words :

Partial Differential Equations, Eigenvalues, Stability, Nonnegative Matrix Factorization, Self Organizing Maps, Deep Learning.