UNIVERS ITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ
FES

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **: BENKHALI Mohamed**

Soutiendra **: le 23/11/2019** à **09H** Lieu **: Centre de conférence**

une thèse intitulée :

Intégrabilité 2D et3D, structure de phase et Bifurcation des solutions des systèmes Hmiltoniens. Cas des systèmes : Ion piégé, Corps solide de Goryachev - chaplygin en termes de Sokolov

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : Sciences des Matériaux et procédés industriels : (SMPI **)**
Spécialité : Sciences des Matériaux pour l'Energie et l'Environnement

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
Président	Pr. TAJMOUATI Abdelaziz	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Directeur de thèse	Pr. KHARBACH Jaouad	PH	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Rapporteurs	Pr. REZZOUK Abdellah	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
	Pr. YAFIA Redouane	PES	Faculté des Sciences - kénitra
	Pr. MASROUR Tawfik	PES	Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers - Meknès
Membre	Pr. DEKKAKI Saida	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Examinateur	Pr. EL BIYAALI Ahmed	PES	Faculté des Sciences et Techniques - Fès
Invité	Pr. OUAZZANI-JAMIL Mohammed	PES	Faculté des Sciences de l'ingénieur- Université privée - Fès

Résumé :

Dans cette thèse, l'étude a bifurqué vers deux approches complémentaires : La première approche est principalement ancrée sur la problématique de l'intégrabilité des systèmes Hamiltoniens à 2D et à 3D. Nous nous sommes intéressés à la nature de la dynamique vis-à-vis de l'intégrabilité. Dans notre étude, nous avons associé cette notion à l'existence d'autant de constantes de mouvement que de degrés de liberté. Le système dans la première approche décrit la dynamique classique du problème des ions piégés dans un champ quadripolaire perturbé, modélisé par les équations non linéaires de Mathieu. La méthode proposée est basée sur une approche très réussie pour la détection de l'intégrabilité, l'utilisation conjointe de l'analyse des singularités mobiles de Painlevé et le calcul direct des intégrales premières au sens de Liouville. La deuxième approche de ce travail aborde l'aspect algébro-géometrique des systèmes Hamiltoniens intégrables à travers la présentation d'une étude axée sur la description complète de l'espace de phase concernant la dynamique classique de deux systèmes (système piège de Paul et le solide de Goryachev-Tchapligin dans la généralisation de Sokolov). Pour ces deux systèmes nous avons déterminé, pour des valeurs génériques des intégrales premières, les diagrammes de bifurcations (ensemble de valeurs critiques de la cartographie énergie-impulsion) et la structure topologique des surfaces isoénergétiques notamment le nombre de tores de Liouville. Nous avons utilisé la théorie de classification de Fomenko pour décrire toutes les bifurcations génériques des tores de Liouville pour des valeurs critiques des intégrales premières. Les résultats obtenus mettent en évidence l'efficacité de la méthode employée pour la sélection des systèmes intégrables et la détermination de tous les types de trajectoires du système (périodiques, quasi périodiques et chaotiques), ainsi que sa capacité technique à faire progresser la compréhension des phénomènes non linéaires. Enfin, Pour caractériser la nature des trajectoires, leurs évolutions, leurs bifurcations, la nature de la dynamique vis-à-vis de l'intégrabilité et le scénario de transition d'un régime intégrable vers un autre chaotique, nous avons proposé une étude numérique, comme preuve supplémentaire aux résultats établis analytiquement, basée sur une réduction de l'espace des phases connue sous le nom de section de Poincaré. Cet espace, obtenu par une coupe générique de l'espace des phases, préserve toutes les propriétés de la dynamique. Cette dernière se discrétise sur cette section : les équations du mouvement sont remplacées par une application discrète et les trajectoires sont alors représentées par l'ensemble des points d'intersection avec la section de Poincaré.

Mots clé **:**

Intégrabilité, système Hamiltonien, l'espace de phase, Diagramme de bifurcation, Tore de Liouville, La théorie de Fomenko, Section de Poincaré

Integrability and topology of non-linear Hamiltonian systems. Case of systems: trapped ion, Paul trap, Goryachev-Chaplygin solid in terms of Sokolov

Abstract

In this thesis, we present our study which bifurles in two independent but complementary axes: The first axis is mainly anchored on the problem of the integrability of 2D and 3D Hamiltonian systems. We will focus on (be interested in) the nature of the dynamics with respect (regard) to integrability. In our study, we will associate this notion with the existence of as many motion constants as of degrees of freedom. We propose as a contribution the study of a physical system likely to be a candidate for integrability. The system describes the classical dynamics of the trapped ions problem in a perturbed quadrupole field, modeled by Mathieu's nonlinear equations. The proposed method is based on a very successful approach for the detection of integrability, the joint use of the analysis of the mobile singularities of Painlevé and the direct calculation of the first integrals in the sense of Liouville. The second axis of this work addresses the algebra-geometric aspect of integrable Hamiltonian systems through the presentation of a study focused on the complete description of phase space pertaining to (concerning) the classical dynamics of two systems (Paul's trap system and the Goryachev-Tchapligin solid in the generalization of Sokolov). For the two systems we have determined, for generic values of the first integrals, the diagrams of bifurcations (set of critical values of the energy-pulse mapping) and the topological structure of the isoenergetic surfaces including the number of Liouville tori. We use Fomenko's classification theory to describe all the generic bifurcations of Liouville tori for critical values of the first integrals. The results obtained highlight the effectiveness of the method used for the selection of integrable systems, and the determination of all types of system trajectories (periodic, quasi-periodic and chaotic), as well as its technical capacity to advance the understanding of nonlinear phenomena. Finally, to characterize the nature of trajectories, their evolution, their bifurcations, the nature of the dynamics with respect to integrability and the transition scenario from an integrable regime to another chaotic one (from an integrable to another chaotic regime), we propose a numerical study as additional proof to the analytically established results, based on a reduction in phase space known as the Poincaré section. This space obtained by a generic cut of the phase space preserves all properties of the dynamics. The latter discretizes itself on this section: the equations of motion are replaced by a discrete application and the trajectories are then represented by all the points of intersection with the Poincaré section.

Keywords:

Integrability, Hamiltonian system, Phase space, Bifurcation diagram, Torus of Liouville, Fomenko's theory. Poincaré section