**UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH**
**FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ**
**FES**

# AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **: ABKARI Mbark**

Soutiendra **: le samedi 21/07/2018** à **10h** Lieu **: Centre de Conférences**

**Une thèse intitulée** :
***Etude spectrale de certaines classes d'opérateurs à travers la propriété de l'extension unique***

**En vue d'obtenir le Doctorat**

**FD** : Mathématiques et Applications (MA)
**Spécialité**: Analyse Fonctionnelle et Théorie Spectrale

**Devant le jury composé comme suit :**

| | NOM ET PRENOM | GRADE | ETABLISSEMENT |
|---|---|---|---|
| **Président** | Pr. AMEZIANE HASSANI Rachid | PES | Faculté des SciencesDhar El Mahraz - Fès |
| **Directeur de thèse** | Pr . TAJMOUATI Abdelaziz | PES | Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès |
| **Rapporteurs** | Pr. FAOUZI Abdelkhalek | PES | Faculté des Sciences - El jadida |
| | Pr. ZGUITTI Hassan | PH | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès |
| | Pr. ZARIOUH Hassan | PH | CRMF de l'oriental - Oujda |
| **Membres** | Pr. BLALI Aziz | PES | Ecole Normale Supérieure - Fès |
| | Pr. ECH-CHERIF EL KETTANI Mustapha | PES | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès |
| | Pr. OUZAHRA Mohamed | PH | Ecole Normale Supérieure - Fès |

***Résumé* :**

Dans cette thèse, nous procédons dans un premier temps à généraliser la classe des opérateurs pseudo B−Fredholm en introduisant les opérateurs pseudo semi B−Fredholm supérieurs et inférieurs.

Soit T dans B(X), où B(X) est l'algèbre des opérateurs linéaires bornés sur un espace de Banach X.

T est dit pseudo semi B−Fredholm supérieur (resp, pseudo semi B−Fredholm inférieur) s'il existe deux sous−espaces fermés dans X, $X_1$ et $X_2$ invariants par T tels que $X = X_1+X_2$, $T_{|X_1}$ est un opérateur semi Fredholm supérieur (resp, semi Fredholm inférieur) et $T_{|X_2}$ est un opérateur quasi−nilpotent.

T est dit pseudo semi B−Fredholm si T est pseudo semi B−Fredholm inférieur ou pseudo semi B−Fredholm supérieur.

D'autre part, nous généralisons la notion de l'inversibilité dans l'algèbre B(X) en introduisant les opérateurs de Drazin généralisés bornés inférieurement et opérateurs de Drazin généralisés surjectifs.

En deuxième lieu, nous faisons une étude spectrale de l'opérateur matrice

de type $M_C = \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix}$ en répondant aux questions suivantes :

Sous quelles conditions sur A et B nous avons $\sigma_*(M_C) = \sigma_*(A) \cup \sigma_*(B)$ pour $C \in$ B(Y;X) arbitraire ?

Etant donnés A et B, pour quels opérateurs $C \in$ B(Y;X) nous avons $\sigma_*(M_C) = \sigma_*(A) \cup \sigma_*(B)$ ?

Comment décrire le passage de $\sigma_*(M_0)$ à $\sigma_*(M_C)$ ?

où $\sigma_* \in (\sigma_{gDB}, \sigma_{gDS})$.

***Mots clés*** : Opérateurs pseudo B- Fredholm, Opérateur Drazin généralisé, opérateur matrices.

# SPECTRAL STUDY OF CERTAIN CLASSES OF OPERATORS THROUGH SINGLE VALUED EXTENSION PROPERTY


**Abstract :**

In this thesis, at first, we proceed to generalize the class of pseudo B−Fredholm operators by introducing the pseudo upper (resp, lower) semi B−Fredholm operators.

Let $T \in B(X)$, where $B(X)$ is the algebra of all bounded linear operators acting on Banach space X.

T is called pseudo upper semi B−Fredholm (resp, pseudo lower semi B−Fredholm) if there exists two closed subspaces $X_1$ and $X_2$ in X, T−invariant such that $X = X_1+X_2$, $T_{|X_1}$ is a upper semi Fredholm operator (resp, lower semi Fredholm) and $T_{|X_2}$ is a quasi−nilpotent operator. Moreover, T is pseudo semi B−Fredholm if T is pseudo upper semi B−Fredholm or pseudo lower semi B−Fredholm. On the other hand, we generalize the notion of the invertibility in $B(X)$ by introducing the generalized Drazin bounded below and generalized Drazin surjective operators. Secondly, we give some spectral study of the matrices operator $M_C = \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix}$ by giving the answers to the following questions :

Under what conditions on A and B we have $\sigma_* (M_C) = \sigma_*(A) \cup \sigma_*(B)$ pour $C \in B(Y;X)$ arbitraire ?

Given A and B, for which operators $C \in B(Y;X)$ we have $\sigma_*(M_C) = \sigma_*(A) \cup \sigma_*(B)$ ?

How to describe the passage from $\sigma_*(M_0)$ to $\sigma_*(M_C)$ ?

where $\sigma_* \in (\sigma_{gDB}, \sigma_{gDS})$.



**Key Words :**

Pseudo B Fredholm operators, Generalized Drain invertible operators, Operator matrices.